Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике

для 7 класса

2024/25 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

Мама поливает цветок по понедельникам, средам и пятницам, а папа собирался поливать каждый день, но каждый третий день его отвлекают срочные дела. Какое наибольшее количество дней подряд цветок может быть политым (возможно, даже дважды)?

Ответ: 8

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Предположим, что цветок поливали хотя бы 8 дней подряд (назовём этот промежуток времени периодом). Тогда в течении этого периода было хотя бы одно воскресенье. Если период начался раньше этого воскресенья, то в него входит и предыдущая суббота, то есть два дня подряд (сб и вс). Если же период начался в воскресенье, то его последний день — следующее воскресенье, и тогда в период входят следующие выходные.

Итак, есть два подряд идущих выходных дня (сб и вс), когда цветок поливался. Сделать это мог только папа, а значит, в эти дни он не отвлекался. Следовательно, он отвлекался в предыдущие пятницу и вторник, а также в последующие понедельник и четверг (см таблицу, где чёрным закрашены дни полива у мамы и папы). Тогда вторник до выходных и четверг после выходных — дни, когда никто не поливал цветок, то есть максимум период полива мог составлять 8 дней.

	пн	вт	ср	чт	пт	сб	вс	пн	вт	ср	чт	пт
Папа												
Мама												

Задание № 1.2

Условие:

Мама поливает цветок по вторникам, четвергам и субботам, а папа собирался поливать каждый день, но каждый третий день его отвлекают срочные дела. Какое наибольшее количество дней подряд цветок может быть политым (возможно, даже дважды)?

Ответ: 8

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

Задание № 1.3

Условие:

Мама поливает цветок по воскресеньям, вторникам и четвергам, а папа собирался поливать каждый день, но каждый третий день его отвлекают срочные дела. Какое наибольшее количество дней подряд цветок может быть политым (возможно, даже дважды)?

Ответ: 8

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

Задание № 2.1

Условие:

В аптеке продаются таблетки от лени. Упаковка из 12 таблеток стоит 400 рублей, а упаковка из 8 таблеток — 250 рублей. Паше прописали курс из 36 таблеток. Какое наименьшее количество денег потребуется Паше? Ответ выразите в рублях.

Ответ: 1150

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Найдём стоимость одной таблетки в разных упаковках. В большой упаковке одна таблетка стоит $\frac{400}{12}$, а в маленькой — $\frac{250}{8}$, лёгко проверить, что $\frac{400}{12} > \frac{250}{8}$, так как 3200 > 3000. Значит, маленькие упаковки покупать выгоднее. Но Паша не может купить ровно 36 таблеток маленькими упаковками по 8 таблеток. Тогда он либо должен купить 40 таблеток (5 упаковок по 8 таблеток) и заплатить $5 \cdot 250 = 1250$ руб, либо купить 3 упаковки по 8 таблеток и одну, в которой будет 12 таблеток. Тогда он заплатит $3 \cdot 250 + 400 = 1150$ руб.

Задание № 2.2

Условие:

В аптеке продаются таблетки от лени. Упаковка из 6 таблеток стоит 400 рублей, а упаковка из 4 таблеток — 250 рублей. Паше прописали курс из 18 таблеток. Какое наименьшее количество денег потребуется Паше? Ответ выразите в рублях.

Ответ: 1150

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

Задание № 2.3

Условие:

В аптеке продаются таблетки от лени. Упаковка из 15 таблеток стоит 400 рублей, а упаковка из 8 таблеток — 250 рублей. Паше прописали курс из 36 таблеток. Какое наименьшее количество денег потребуется Паше? Ответ выразите в рублях.

Ответ: 1050

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

Задание № 3.1

Условие:

С космического корабля поступило сообщение: «До приземления: 1…». В Центре управления полётами сделали предположение, что на месте многоточия могут быть слова «месяц», «неделя», «день», «час», «минута» или даже «секунда». Оказалось, что одна из этих версий верна, а остальные отличаются от правильной в 24, 60, 168, 720 и 3600 раз. Закончите это сообщение.

До приземления: 1…

Ответ:

- ○ секунда
- ○ минута
- ✓ час
- ○ день
- ○ неделя
- ○ месяц

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Заметим, что отличие в 3600 раз может быть только между часом и секундой, а значит, правильный вариант — секунда или час. Секунда не подходит, так как её отличие от дня равно 86400, а такого числа в задаче нет. Получается, до приземления остался один час. Этот вариант подходит, если в месяце 30 дней. Час от отличается от дня в 24 раза, от минуты — в 60 раз, от секунды — в 3600 раз, от недели — в 168 раз и от месяца — в 720 раз.

Задание № 3.2

Условие:

С космического корабля поступило сообщение: «До приземления: 1…». В Центре управления полётами сделали предположение, что на месте многоточия могут быть слова «месяц», «неделя», «день», «час», «минута» или даже «секунда». Оказалось, что одна из этих версий верна, а остальные отличаются от правильной в 7, 24, 28, 1440 и 86400 раз. Закончите это сообщение.

До приземления: 1…

Ответ:

- ○ секунда
- ○ минута
- ○ час
- ✓ день
- ○ неделя
- ○ месяц

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 3.3

Условие:

С космического корабля поступило сообщение: «До приземления: 1…». В Центре управления полётами сделали предположение, что на месте многоточия могут быть слова «месяц», «неделя», «день», «час», «минута» или даже «секунда». Оказалось, что одна из этих версий верна, а остальные отличаются от правильной в 4, 7, 168, 10080 и 604080 раз. Закончите это сообщение.

До приземления: 1…

Ответ:

- ○ секунда
- ○ минута
- ○ час
- ○ день
- ✓ неделя
- ○ месяц

Точное совпадение ответа — 1 балл

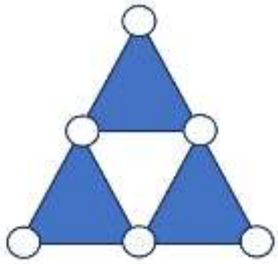
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 4

Условие:

В наборе есть шесть маленьких фишек, на каждой фишке написано одно из слов — БЕКОН, МАКАКА, КАРАТ, БАЗА, ИСКРА, БАКЛАН, слова не повторяются. Маша расставила фишки в белые круглые поля так, что оказалось, что один из равносторонних треугольников составляет слова, которые имеют одинаковую первую букву, ещё один — слова, имеющие одинаковую вторую букву, ещё один — слова, имеющие одинаковую третью букву, ещё один — слова, имеющие одинаковую четвёртую букву, и ещё один — слова, у которых равное количество букв.



Выберите три слова, которые составляют белый треугольник:

Ответ:

- o БЕКОН
- ✓ МАКАКА
- o КАРАТ
- ✓ БАЗА
- o ИСКРА
- ✓ БАКЛАН

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Для начала заметим, что слова, стоящие в вершинах большого треугольника, участвуют в двух треугольниках, а слова в центральном треугольнике — в трёх каждое. Выпишем теперь те слова, которые могут образовывать треугольники

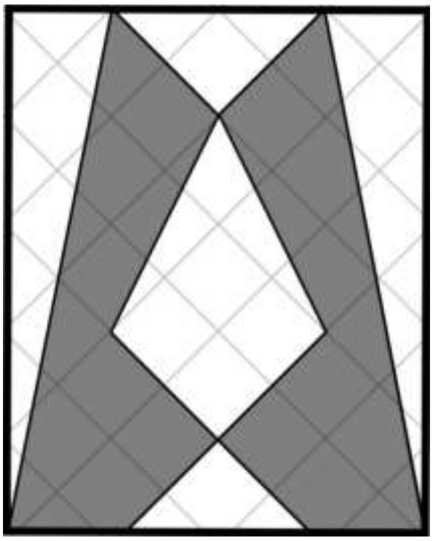
Признак		Подходящие слова
Первая буква	Б	БЕКОН, БАЗА, БАКЛАН
Вторая буква	А	МАКАКА, КАРАТ, БАЗА, БАКЛАН
Третья буква	К	БЕКОН, МАКАКА, ИСКРА, БАКЛАН
Четвертая буква	А	МАКАКА, КАРАТ, БАЗА
Количество букв	5	БЕКОН, КАРАТ, ИСКРА

Заметим, что ИСКРА встречается только дважды, значит, оно стоит в вершине большого треугольника, считаем без ограничения общности, что оно стоит в верхнем поле. Тогда один треугольник с ним составляют слова БЕКОН и КАРАТ, и ещё один — МАКАКА и БАКЛАН. Если слова ИСКРА, БЕКОН и КАРАТ составляют верхний маленький треугольник, то БЕКОН и КАРАТ должны быть вместе ещё и в среднем треугольнике, а такого варианта нет. Значит, в среднем треугольнике находятся слова МАКАКА, БАКЛАН и БАЗА.

Задание № 5.1

Условие:

Из бумаги вырезали прямоугольник 5 × 4 см, после чего расчертили его линиями под 45 и закрасили серым область, как показано на рисунке.



Найдите площадь серой области. Ответ выразите в квадратных сантиметрах

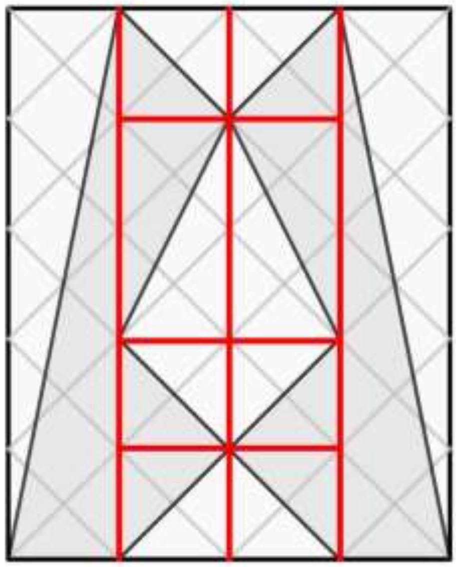
Ответ: 10

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

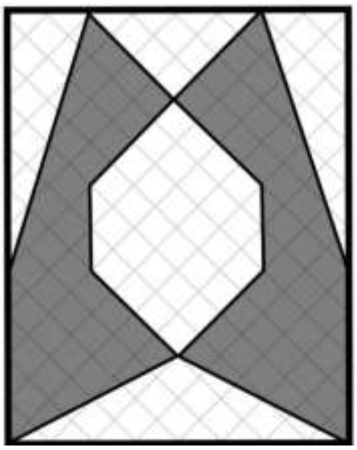
Достаточно разбить прямоугольник на части и составить соответствие между равными белыми и серыми частями (см. картинку). Тогда мы получим, что площадь серой части — половина от всей площади прямоугольника, и равна $5 \cdot 4 \div 2 = 10$.



Задание № 5.2

Условие:

Из бумаги вырезали прямоугольник 10×8 см, после чего расчертили его линиями под 45 и закрасили серым область, как показано на рисунке.



Найдите площадь серой области. Ответ выразите в квадратных сантиметрах

Ответ: 40

Точное совпадение ответа — 1 балл

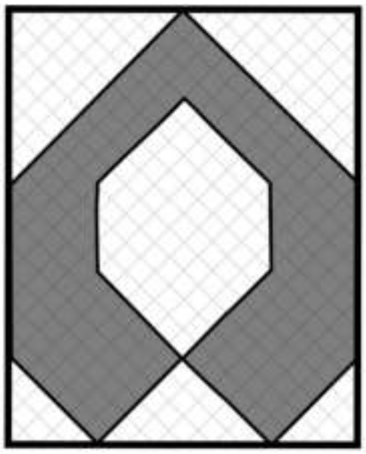
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 5.3

Условие:

Из бумаги вырезали прямоугольник 15 × 12 см, после чего расчертили его линиями под 45 и закрасили серым область, как показано на рисунке.



Найдите площадь серой области. Ответ выразите в квадратных сантиметрах

Ответ: 90

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 6.1

Условие:

Сиамские коты составляли на выставке $\frac{1}{15}$ от всех котов. Когда всех сиамских увели в отдельный павильон, то из оставшихся ровно каждый тринадцатый оказался рыжим. На выставке было 30 сфинксов, и они составляли не менее 10 % от всех котов. Сколько котов было на выставке? Сфинкс не может быть ни сиамским, ни рыжим.

Ответ: 195

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Пусть всего на выставке было n котов, тогда сиамских было n / 15, остальных — $\frac{14n}{15}$, тогда рыжих — $\frac{14n}{15} \cdot \frac{1}{13}$. Так как 14 взаимно просто с 15 и с 13, то n делится и на 13, и на 15, то есть делится на 195. Так как сфинксов 30 и это не менее 10 %, то всего котов не более 300. Числа, которые меньше 300 и делятся на 195 — это 0 и 195, но 0 не может быть.

Задание № 6.2

Условие:

Сиамские коты составляли на выставке $\frac{1}{15}$ от всех котов. Когда всех сиамских увели в отдельный павильон, то из оставшихся ровно каждый одиннадцатый оказался рыжим. На выставке было 30 сфинксов, и они составляли не менее 10 % от всех котов. Сколько котов было на выставке? Сфинкс не может быть ни сиамским, ни рыжим.

Ответ: 165

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 6.1

Задание № 6.3

Условие:

Сиамские коты составляли на выставке $\frac{1}{15}$ от всех котов. Когда всех сиамских увели в отдельный павильон, то из оставшихся ровно каждый девятый оказался рыжим. На выставке было 15 сфинксов, и они составляли не менее 10 % от всех котов. Сколько котов было на выставке? Сфинкс не может быть ни сиамским, ни рыжим.

Ответ: 135

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 6.1

Задание № 7.1

Условие:

Стоимость 5 бутылок лимонада, округлённая до ближайшего кратного 100 числа рублей, равна 1300 рублям. Стоимость 6 бутылок лимонада, округлённая до ближайшего кратного 100 числа рублей, равна 1600 рублям. Бутылка лимонада стоит целое число рублей. Сколько разных значений может принимать цена бутылки лимонада?

Ответ:

- ✓ 11
- o 12
- o 16
- o 19
- o 20
- o 27

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Пусть бутылка лимонада стоит x, тогда из условия следует, что $1250 \le 5x < 1350$ и $1550 \le 6x < 1650$. Из первого условия следует, $250 \le x < 270$, а из второго — $775/3 \le x < 275$. x — целое, поэтому $259 \le x < 275$. Получаем два условия $\begin{cases} 250 \le x < 270 \\ 259 \le x < 275 \end{cases}$, откуда $259 \le x < 270$, то есть x принимает значения от 259 до 269. Итого 11 различных значений.

Задание № 7.2

Условие:

Стоимость 5 бутылок лимонада, округлённая до ближайшего кратного 100 числа рублей, равна 1500 рублям. Стоимость 6 бутылок лимонада, округлённая до ближайшего кратного 100 числа рублей, равна 1800 рублям. Бутылка лимонада стоит целое число рублей. Сколько разных значений может принимать цена бутылки лимонада?

Ответ:

- o 16
- ✓ 17
- o 18
- o 19
- o 20
- o 21

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

Задание № 7.3

Условие:

Стоимость 5 бутылок лимонада, округлённая до ближайшего кратного 100 числа рублей, равна 1000 рублей. Стоимость 6 бутылок лимонада, округлённая до ближайшего кратного 100 числа рублей, равна 1300 рублям. Бутылка лимонада стоит целое число рублей. Сколько разных значений может принимать цена бутылки лимонада?

Ответ:

- ✓ 1
- o 2
- o 16
- o 17
- o 21
- o 36

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

Задание № 8.1

Условие:

Сашин пароль состоит из 8 больших букв русского алфавита. В пароле Саши есть подряд идущие буквы, образующие слово КАМА, и подряд идущие буквы, образующие слово МАСКА. Сколько всего существует вариантов Сашиного пароля?

Ответ: 132

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Заметим, что слова КАМА и МАСКА обязаны накладываться в пароле (иначе не хватит длины). Это может случиться двумя способами:

– КА(МА)СКА

– МАС(КА)МА

В обоих случаях до или после любой из этих двух последовательностей должна быть произвольная буква. Итого мы получили $33 \cdot 2 \cdot 2$ варианта (Стоит пояснить, что они все различные). То есть ответ — 132 варианта.

Задание № 8.2

Условие:

Сашин пароль состоит из 8 больших букв русского алфавита. В пароле Саши есть подряд идущие буквы, образующие слово ОБОЗ, и подряд идущие буквы, образующие слово ОЗНОБ. Сколько всего существует вариантов Сашиного пароля?

Ответ: 132

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1

Задание № 8.3

Условие:

Сашин пароль состоит из 8 больших букв русского алфавита. В пароле Саши есть подряд идущие буквы, образующие слово ОКНО, и подряд идущие буквы, образующие слово НОСОК. Сколько всего существует вариантов Сашиного пароля?

Ответ: 132

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1